# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 28 SEPTEMBRE 1914.

PRÉSIDENCE DE M. P. APPELL.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Edmond Perrier** donne sur M. *Jean Pérez*, qui vient de mourir, les détails suivants :

M. Jean Pérez, que l'Académie vient de perdre, était un des Correspondants les plus méritants dans la Section d'Anatomie et Zoologie. Il s'était formé seul et, à force de travail, était arrivé à être chargé de Cours de Physique et d'Histoire naturelle au lycée d'Agen, lorsqu'en 1866 il présenta à Henri Milne-Edwards, pour obtenir le grade de docteur ès sciences naturelles, un Mémoire tout à fait de premier ordre sur un ver presque microscopique, vivant dans la terre, bien qu'appartenant à la même classe que celui qui se loge si souvent dans l'intestin des enfants, l'*Ascaris lumbricoides*, celle des Nématodes. Le Nématode de J. Pérez était l'Anguillule terrestre (*Rhabditis terricola* Dujardin) voisine de l'Anguillule de la pâte et du vinaigre. A cette occasion il s'attaquait aux différents problèmes de la formation de l'œuf et du spermatozoïde, étudiait les phases premières du développement embryonnaire, découvrait chez l'Anguillule des faits incontestables de parthénogenèse, mettait en évidence les mues successives du jeune animal, inconnues jusque-là chez les Nématodes et qui sont la première indication des rapports qui les lient aux animaux articulés. Ce Mémoire, qui contenait un si grand nombre de faits nouveaux, attira vivement l'attention et valut à Pérez l'amitié d'Henri de Lacaze-Duthiers, lui-même originaire du département du Lot-et-Garonne et qui séjournait souvent à Agen. Il était à ce moment-là maître de Conférences à l'École Normale supé-

rieure. Devenu bientôt professeur au Muséum d'Histoire naturelle, Lacaze-Duthiers songea à prendre Pérez comme aide-naturaliste en remplacement de Hupé qui venait de mourir. Mais le poste de professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux étant devenu vacant sur ces entrefaites, Pérez y fut nommé et il y a passé toute son existence. On lui doit des découvertes remarquables sur la génération de Mollusques gastéropodes hermaphrodites; mais ses principales études ont porté sur les Arthropodes.

L'origine et la structure de l'œuf des insectes, des cellules vitellogènes qui l'accompagnent dans les gaines ovariennes, ont été précisées par lui. Bien qu'il ait constaté lui-même que les œufs non fécondés de la *Melittobia Audouini* peuvent se développer sans fécondation, mais ne donnent alors naissance qu'à des mâles, il chercha à vérifier expérimentalement la théorie de Dzierzon sur l'origine parthénogénétique des mâles des abeilles. En accouplant des reines d'abeilles françaises avec des mâles italiens, il constata l'influence de ces derniers sur les descendants mâles de la reine française. Ce fait important a reçu depuis diverses interprétations, bien que Pérez ait réussi à convaincre Dzierzon lui-même. On lui doit d'ailleurs de nombreuses recherches sur les abeilles et sur les insectes hyménoptères, en général, qu'il connaissait si bien que le voyageur Charles Alluaud lui confia l'étude de ceux qu'il avait recueillis aux Seychelles et aux Canaries. C'est au cours de ces études qu'il signala l'influence que peut exercer un parasite sur son hôte, influence déjà observée à la vérité par Allmann sur les polypes hydraires habités par une larve de Pycnogonide. On désigne sous le nom d'Andrènes des abeilles solitaires, fouisseuses dont les entomologistes ont décrit un certain nombre d'espèces. J. Pérez montra que plusieurs de ces espèces n'étaient que des modifications individuelles résultant de la présence d'un parasite singulier du genre *Stylops* qui entraînait l'avortement des organes génitaux du sujet parasité. C'est ce que Giard a appelé plus tard la *castration parasitaire*. J. Pérez a apporté sa contribution à l'étude du phylloxéra et à celle des termites, cherchant toujours à rendre utiles ses connaissances entomologiques. Son frère, Bernard Pérez, a publié d'intéressants travaux philosophiques, et son fils, Charles Pérez, naturaliste comme lui, s'est déjà fait un nom parmi les zoologistes par des recherches délicates sur les phénomènes intimes de la métamorphose chez les Insectes.

ASTRONOMIE. — *Sur les photographies de la comète 1913 f Delavan, obtenues à l'Observatoire de Paris (équatorial Henry-Gautier).* Note (1) de M. P. **Puiseux.**

La comète 1913 *f* Delavan a été photographiée à l'Observatoire de Paris par M. C. Le Morvan le 5 et le 6 septembre, une heure environ avant le lever du Soleil.

Sur les plaques exposées 5 minutes, l'éclat total de la comète semble peu inférieur à celui de l'étoile ι Grande Ourse (gr. 3,3), qui a été enregistrée en même temps. La chevelure, régulièrement sphérique, emplit un cercle de 5′ à 6′ de diamètre. Le prolongement à l'opposé du Soleil est appréciable, mais peu étendu, sans doute en raison de la présence de la Lune, qui brillait de tout son éclat. Deux clichés exposés 30 minutes et 35 minutes ont été fortement voilés.

Les plaques portent un réseau imprimé comme celles qui s'obtiennent au même instrument pour la Carte internationale du Ciel. Chacune montre au moins dix étoiles figurant dans les catalogues de l'*Astronomische Gesellschaft*, exécutés à Bonn et à Cambridge, avec un grand nombre d'étoiles plus faibles. On possède donc les éléments nécessaires pour déterminer deux positions très exactes de la comète.

L'émission de la chevelure semble se faire uniformément par toute la surface du noyau. La force répulsive émanant du Soleil n'est intervenue que dans une très faible mesure.

D'après les astronomes américains (*Lick Observatory Bulletin*, n° 255) le passage de la comète au périhélie doit avoir lieu seulement le 26 octobre. On peut donc s'attendre à voir la queue se développer dans les semaines qui vont suivre.

HYDRODYNAMIQUE. — *Évaluation approximative de la constante μ de filtration, pour un milieu filtrant constitué par des grains sphériques d'un diamètre donné.* Note (2) de M. J. **Boussinesq.**

I. La théorie de la filtration des liquides, que j'ai exposée dans une Note récente (3), appelle comme complément une évaluation, tout au

(1) Communication faite dans la séance du 14 septembre 1914.
(2) Communication faite dans la séance du 17 août 1914.
(3) *Comptes rendus*, t. 159, 3 août 1914, p. 349.

moins approximative ou quant à l'ordre de grandeur, de la constante $\mu$ (de Dupuit) par laquelle il faut diviser la *pente motrice*, pour avoir la vitesse moyenne de filtration, à travers un sable homogène dont les grains sont, par exemple, supposés sphériques et d'un rayon R donné.

Abordons cette question, en y partant de l'hypothèse, assez naturelle (semble-t-il), que l'ordre de grandeur de $\mu$ reste le même quand, sans cesser de composer le milieu poreux de sphères solides égales et mutuellement tangentes, on les dispose de manière à y faciliter la construction, entre elles, de *tubes rectilignes de filtration* et le calcul de leurs débits, en n'y accroissant que le moins possible la proportion des vides. Il est clair toutefois que le débit $q$ sera ainsi augmenté, tant par le fait de l'alignement des vides (qui facilitera l'écoulement) que par celui de leur accroissement inévitable.

II. Sous ces rapports, la disposition qui paraît, à première vue, la plus simple et la plus satisfaisante, consiste à diviser, par trois systèmes de droites parallèles (inclinées à 60°), une des surfaces d'égale charge, supposée, par exemple, horizontale, en triangles équilatéraux de côté 2R, y pavant tout le plan, et dont l'un aura trois sommets donnés C, C′, C″; puis, à placer sur la verticale menée par chaque sommet ou point d'intersection, comme C, C′, C″, ..., les centres d'une file de sphères de rayon R tangentes les unes aux autres, la première couche horizontale de ces sphères ayant ses centres en C, C′, C″, ..., sur la surface même considérée d'égale charge, la seconde ayant ses centres à une distance 2R au-dessus ou au-dessous; et ainsi de suite.

Chaque triangle équilatéral, CC′C″ par exemple, sera donc, dans ses trois angles, la projection horizontale de trois files verticales de *coins* ou *onglets* sphériques superposés, valant chacun un sixième de sphère et tangents mutuellement tant aux points qui se projettent sur les milieux A, A′, A″ des trois côtés C′C″, C″C, CC′, qu'aux points mêmes vus en C, C′, C″. Entre ces onglets se trouvera un tube de filtration, dont la *partie vive* (ou prismatique et libre sur toute la hauteur) aura comme section normale, dessinée sur la surface considérée d'égale charge, le triangle curviligne AA′A″, qui a pour côtés les trois arcs A′A″, A″A, AA′, contours apparents de la surface sphérique des trois files d'onglets. Et comme les vitesses d'écoulement dans les angles infiniment aigus A, A′, A″ compris entre les onglets, seraient évidemment très réduites par le frottement des deux parois contiguës, on n'abaissera le débit du tube que dans une proportion modérée, en remplaçant fictivement cette section vive par le

triangle *rectiligne* $tt't''$ qui a ses trois côtés, $t't''$, $t''t$, $tt'$, tangents respectivement aux milieux, B, B′, B″, des trois arcs.

Toutefois, le débit sera diminué sensiblement par le fait de cette substitution, moins peut-être à raison du déchet ainsi accepté sur l'aire de la section vive, que par la réduction qu'éprouveront, à l'intérieur du nouveau contour $tt't''$, les vitesses, qu'on y fera continues *à partir de valeurs nulles sur ce contour*. Mais, d'autre part et en compensation, ce débit se trouvait fort augmenté, par la substitution fictive, à la réelle et stable répartition des grains sablonneux en couches engagées les unes dans les autres, d'une disposition de ces grains en files comprenant entre elles des vides *alignés sans discontinuité dans la direction même de l'écoulement*. Car, d'ordinaire, les sphères de chaque couche se placent dans les creux laissés entre celles de la couche précédente, de manière que les couches empiètent, suivant leur épaisseur, les unes sur les autres, réduisant à moins d'un diamètre 2R l'espacement entre les plans des centres des sphères ([1]).

---

([1]) *Place exigée par chaque sphère dans les modes simples d'arrangement.* — Dans notre mode d'arrangement des sphères par couches parallèles et files *continues* perpendiculaires à ces couches, les centres des sphères forment, suivant le sens C′C″ d'un des trois systèmes de droites, des lignes parallèles, dans chacune desquelles l'espacement de deux centres consécutifs est 2R, tandis que l'espacement de deux lignes d'une même couche voisines égale la hauteur, $H = R\sqrt{3}$, du triangle CC′C″ et, l'espacement des plans contenant les centres de deux couches consécutives, 2R. On peut dire que ces sphères accaparent *individuellement* (chacune pour son compte exclusif), *autour de leur centre*, un espace *rectangulaire* ayant la longueur 2R, la largeur H et la hauteur 2R, ou la capacité $4R^2H = 4R^3\sqrt{3}$, dont leur volume $\frac{4}{3}\pi R^3$ est la fraction $\frac{\pi}{3\sqrt{3}} = 0,6046$. On comptera, en effet, à l'intérieur de toute étendue *de très grandes dimensions*, autant de ces parallélépipèdes qu'il y aura de centres de sphères et, par suite, à très peu près, de sphères mêmes.

Au contraire, dans le mode d'arrangement *stable*, par couches parallèles dont chacune engage ses sphères dans des creux laissés entre trois sphères de la couche précédente, le centre d'une sphère de la seconde couche sera, par exemple, au-dessus du centre O de CC′C″, au sommet du tétraèdre régulier ayant pour base ce triangle; et ceux des sphères de la seconde couche tangentes à celle-là se trouveront au-dessus des centres des triangles orientés comme CC′C″ et ayant avec lui, en commun, un sommet, mais non un côté (car les trois triangles contigus suivant un côté à CC′C″ affectent l'orientation ou disposition *inverse* et auraient leurs milieux occupés par la projection des tronçons de *tubes de filtration* correspondant à la seconde couche); et ainsi de suite. Les centres des sphères de cette seconde couche seront donc encore rangés en alignements parallèles à C′C″ et présenteront toujours, dans chaque ligne, l'intervalle 2R

III. Pour l'aire $CC'C'' = R^2\sqrt{3}$ de surface d'égale charge, le débit sera donc censé être celui,

$$kK\sigma^2 = k\frac{\rho g}{\varepsilon}\sigma^2 I = \frac{1}{20\sqrt{3}}\frac{\rho g \sigma^2}{\varepsilon} I,$$

d'un tube prismatique à section $tt't'' = \sigma$ triangulaire équilatérale. En divisant ce débit par $R^2\sqrt{3}$, on aura, comme débit *par unité d'aire* de la surface d'égale charge,

(1) $$q = \frac{\rho g I}{60\varepsilon}\frac{\sigma^2}{R^2}.$$

Évaluons-y l'aire $\sigma$ du triangle évidemment équilatéral $tt't''$, dont, par raison de symétrie, le centre de gravité coïncide avec celui, O, du triangle $CC'C''$. La distance OB du point O au milieu B de la base $t't''$ est donc le tiers de sa hauteur $h$. Or on voit qu'elle constitue la différence entre les deux tiers, OC, de la hauteur $R\sqrt{3}$ du grand triangle $CC'C''$, et le rayon $CB = R$ des grains sablonneux. Il vient donc

(2) $$\frac{h}{3} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} - 1\right)R;$$

---

entre deux centres, avec l'espacement $H = R\sqrt{3}$ entre deux lignes; mais les plans parallèles contenant les centres des couches ne seront plus qu'à la distance, chacun du suivant, $H' = 2R\sqrt{\frac{2}{3}}$, hauteur du tétraèdre régulier ayant la base $CC'C''$.

Chaque sphère n'exigera donc que la place rectangulaire

$$2RHH' = 4R^3\sqrt{2},$$

dont son volume est la fraction $\frac{\pi}{3\sqrt{2}} = 0{,}7405$. Le rapport $1 - \frac{\pi}{3\sqrt{2}}$ du vide au volume apparent total sera seulement 0,2595, au lieu de

$$1 - \frac{\pi}{3\sqrt{3}} = 0{,}3954$$

dans notre mode par couches parallèles avec files continues, et tandis qu'il s'élève à

$$1 - \frac{\pi}{6} = 0{,}4764,$$

presque au double, dans le mode le plus régulier, par files rectangulaires suivant les trois dimensions avec espacement uniforme $2R$, cas où chaque sphère prend tout l'espace du cube $8R^3$ qui lui est circonscrit.

d'où

$$\sigma = \frac{h^2}{\sqrt{3}} = R^2\sqrt{3}(2-\sqrt{3})^2 = R^2\sqrt{3}(7-4\sqrt{3}). \qquad (2\ bis)$$

Et la formule (1) du débit par unité d'aire de la couche filtrante prend la forme

$$q = \frac{97-56\sqrt{3}}{20}\,\frac{\rho g I R^2}{\varepsilon}. \qquad (3)$$

IV. Enfin, la vitesse moyenne U de filtration, calculée à la manière de Dupuit, sera le quotient de $q$ par le rapport $m$ du *vide* au volume apparent total, rapport facile à obtenir directement pour chaque triangle comme $CC'C''$ (¹) et qui est

$$m = 1 - \frac{\pi}{3\sqrt{3}} = 0,3954. \qquad (4)$$

Il vient donc

$$U = \frac{97-56\sqrt{3}}{20\left(1-\frac{\pi}{3\sqrt{3}}\right)}\,\frac{\rho g R^2}{\varepsilon} I; \qquad (5)$$

et la constante $\mu$ de Dupuit, inverse du coefficient cherché de filtration ou du rapport $\frac{U}{I}$, est finalement, en multipliant *haut et bas* par $97+56\sqrt{3}$,

$$\mu = 20\left(1-\frac{\pi}{3\sqrt{3}}\right)(97+56\sqrt{3})\,\frac{\varepsilon}{\rho g}\,\frac{1}{R^2} = \frac{\varepsilon}{\rho g}\,\frac{1534,1}{R^2}. \qquad (6)$$

Pour l'eau à la température de 10° C., les expériences de Poiseuille ont donné $\frac{\varepsilon}{\rho g} = 0,0000001336$. Il en résulte, le mètre et la seconde étant toujours les unités,

$$\mu = \frac{0,0002050}{R^2} = \frac{0,00082}{(2R)^2}. \qquad (7)$$

Les valeurs extrêmes de $\mu$, 1000 environ et (peut-être) 10000, que paraît indiquer pour le sable l'expérience, correspondent alors aux diamètres $2R = 0^{mm},9$ et $2R = 0^{mm},29$.

Il n'y aurait pas lieu d'être surpris que ces diamètres dussent être, en

(¹) Voir aussi la note précédente, p. 521-522.

réalité, un peu augmentés pour procurer les débits admis; car nous avons remarqué déjà que la disposition régulière supposée des grains, en alignant les vides dans le sens du courant, accroît inévitablement le débit dans une proportion notable ou équivaut, pour un débit donné, à prendre des grains moins gros.

V. Cependant la réduction compensatrice que nous avons effectuée, sur la section vive des tubes de filtration, a bien pu, aussi, être suffisante pour rectifier à peu près les résultats.

Dupuit, au Chapitre VIII, concernant justement la filtration, de ses *Études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux découverts et à travers les terrains perméables* (2e édition, Paris, 1863), cite en premier lieu (p. 232) les expériences de Darcy sur un sable grossier, surtout peu homogène, où l'observation avait donné : d'une part, $m = 0,38$, ce qui revient sensiblement à la valeur admise ici, 0,3954; et, d'autre part,

$$q = (0,0003)\mathrm{I}.$$

Or, pour définir, quant à la grosseur ou à la finesse des grains, la composition de ce sable, Darcy constata que, passé successivement à travers trois cribles dont les orifices avaient les diamètres respectifs

$$0^{\mathrm{mm}},77, \quad 1^{\mathrm{mm}},10, \quad 2^{\mathrm{mm}},$$

il les traversait dans les proportions suivantes,

$$0,58, \quad 0,13, \quad 0,12,$$

dont la somme est les 0,83 de la masse totale, et que le reste (0,17) consistait en menu gravier.

Dans ces conditions, il semble que le gravier devait se comporter, par rapport au sable qui constituait la matière vraiment filtrante, comme un ensemble d'obstacles ou de parois ayant pour effet de réduire, des 0,17 environ, la section utile du milieu ou l'aire des surfaces d'égale charge, les 0,83 de celles-ci qui restaient employés par la filtration étant alors censés occupés par des grains sablonnenx d'un diamètre à peu près moyen entre ceux des trois variétés de sable.

Admettons, faute de données précises, que chaque variété eût, en moyenne, un diamètre inférieur de $0^{\mathrm{mm}},12$ à celui des trois indiqués ci-dessus qui était le moins grand la laissant passer. Le sable, fictivement

ramené ainsi à l'homogénéité, aurait donc eu le diamètre moyen

$$\frac{0^{mm},65 \times 58 + 0^{mm},98 \times 13 + 1^{mm},88 \times 12}{83} = 0^{mm},88.$$

Alors la formule (7) ci-dessus donne pour $\mu$, $\frac{820}{(0,88)^2} = 1059$.

D'ailleurs, $m$ étant 0,38 et, la fraction *utilisée* des surfaces d'égale charge, 0,83, il viendra, comme débit théorique par unité d'aire (brute) de la couche sablonneuse,

$$q = (0,83)\frac{m}{\mu}I = 0,83\frac{0,38}{1059}I = (0,0002979)I,$$

ou, à très peu près, la valeur constatée (0,0003)I.

Dupuit prend ensuite (p. 233) un autre exemple, savoir, les couches de sable fin et plus homogène habituellument employées comme filtres, et pour lesquelles il emprunte à l'observation, d'une part, la valeur $m = 0,30$, assez peu supérieure à celle (0,2595) obtenue dans une Note ci-dessus pour un ensemble de sphères égales le mieux tassées possible; d'autre part, des débits par unité d'aire qui le conduisent à poser $\mu = 5760$. Or, alors, notre formule (7) donne comme diamètre 2R des grains, en y prenant pour unité le millimètre,

$$2R = \sqrt{\frac{820}{5760}} = 0,3773,$$

ou environ $0^{mm},38$, valeur qui n'a rien d'invraisemblable quand il s'agit de sable fin.

## CORRESPONDANCE.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Delavan, faites à l'Observatoire de Marseille au chercheur de comètes*. Note de M. **Coggia**, présentée par M. B. Baillaud.

| Dates. 1914. | Temps moyen de Marseille. | ΔR. | Δ℘. | Nombre de comp. | R apparente. | Log. fact. parall. | ℘ apparente. | Log. fact. parall. | ⋆. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | h m s | m s | ′ ″ | | h m s | | ° ′ ″ | | |
| Sept. 14. | 7.24. 9 | +2.32,37 | +18. 3,0 | 9: 6 | 9.52.41,55 | +ī,666 | 40. 4.55,0 | —ī,545 | 1 |
| » 15. | 7.46.59 | —4.24,85 | + 4.59,3 | 15:10 | 10. 0.27,12 | +ī,625 | 40. 9.18,0 | —ī,043 | 2 |
| » 15. | 13.11.37 | —3.57,39 | + 4. 3,0 | 12: 8 | 10. 2.15,59 | —ī,643 | 40.10.34,6 | —ī,309 | 3 |
| » 17. | 14. 7.12 | —0.47,53 | — 1.55,6 | 15: 6 | 10.17.49,48 | —ī,717 | 40.26.17,2 | —ī,997 | 4 |
| » 18. | 7.29.34 | +0.35,30 | — 2.10,5 | 15: 5 | 10.23.23,12 | —ī,679 | 40.33.54,0 | —ī,741 | 5 |

*Positions des étoiles de comparaison pour* 1914,0.

| ★. | Gr. | Æ moyenne, 1914,0. | Réduction au jour. | ℘ moyenne, 1914,0. | Réduction au jour. | Autorités. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | h m s | s | ° ′ ″ | ″ | |
| 1...... | 5,5 | 9.50. 7,10 | +2,08 | 39.46.41,8 | +10,2 | 3511 Cambridge U.S. |
| 2...... | 7,2 | 10. 4.49,91 | +2,06 | 40. 4. 8,1 | +10,6 | 3577 » » |
| 3...... | 6,7 | 10. 6.10,90 | +2,08 | 40. 6.21,0 | +10,6 | 3582 » » |
| 4...... | 8,3 | 10.18.35,00 | +2,01 | 40.28. 1,6 | +11,2 | 3626 » » |
| 5...... | 7,0 | 10.22.45,82 | +2,00 | 40.35.53,0 | +11,5 | 7638 A.G. Bonn. |

La comète est visible à l'œil nu avec une queue de 1° environ.

Dans l'instrument, elle présente un noyau rond de 5e gr. avec chevelure et queue.

ASTRONOMIE. — *Observation de l'éclipse de Soleil du* 21 *août* 1914, *faite à l'Observatoire de Lyon.* Note de MM. **Luizet** et **Guillaume**, présentée par M. B. Baillaud.

L'éclipse a été observée dans d'assez bonnes conditions atmosphériques, malgré que des nuages aient parfois gêné, puis arrêté pendant près de 1 heure, les mesures au voisinage de la phase centrale.

A l'équatorial coudé ($0^m,32$ d'ouverture), diaphragmé à $0^m,16$, M. Luizet a observé directement avec un grossissement de 365. Il a noté les instants des contacts et fait, avec l'assistance de M. Bernard, 139 mesures d'angle de position de la corde commune aux deux astres : 66 dans la première phase de l'ellipse et 73 dans la dernière.

L'image du Soleil était assez bonne au commencement de l'éclipse; elle était, au contraire, très agitée à la fin.

On a observé, en temps moyen de Lyon :

Commencement.......... $11^h 32^m 28^s$, dans l'angle au pôle 331°,3
Fin.................... $13^h 54^m 30^s$, dans l'angle au pôle 103°,6

A l'équatorial Brünner ($0^m,16$ d'ouverture), M. Guillaume a observé à pleine ouverture et par projection, avec un grossissement de 100 pour les contacts. Le commencement de l'éclipse a été vu à $11^h 32^m 37^s$, avec un retard estimé de $2^s$ au moins, et la fin observée à $1^h 54^m 19^s$, trop tôt de peut-être $1^s$, le limbe solaire était alors très ondulant. On adopte, en temps moyen de Lyon :

Commencement.......................... $11^h 32^m 35^s$
Fin.................................... $13^h 54^m 19^s$

Il a été obtenu, en outre, avec l'assistance de M. Cuminal, 115 mesures de l'angle de position de la flèche et 112 mesures de la corde commune aux deux astres; ces mesures ont été faites avec le grossissement de 100 au début et à la fin, et entre temps avec celui de 50 fois sur une image solaire projetée de $0^m,20$ de diamètre.

Une belle tache nucléaire, à 18° de latitude boréale et qui a traversé le méridien central le 19, était visible à l'œil nu, et a été occultée par la Lune :

| Temps moyen de Lyon. | |
|---|---|
| h m s<br>11.58.49,8 | contact avec la pénombre; |
| 11.59.38 | apparition du phénomène de la *goutte noire*, entre la Lune et le noyau; celui-ci pas aussi noir que la Lune; |
| 11.59.43,6 | contact géométrique avec l'ombre; |
| 12. 1.29,3 | le noyau disparaît; |
| .......... | (l'extrême agitation de l'image télescopique, produite par l'arrivée de nuages, a empêché de noter le deuxième contact avec la pénombre); |
| 12. 2.59,0 | immersion de la petite tache au sud-est de la grande. |

Des nuages opaques ont empêché d'observer la réapparition des taches.

La comparaison des contacts avec la prédiction calculée par M. Merlin donne :

| | Calculé. | Angle au pôle. | O. — C. | |
|---|---|---|---|---|
| | | | L. | G. |
| | h m | o | s | s |
| Commencement.................. | 11.32,8 | 331 | —20 | —13 |
| Fin ...................... | 13.54,8 | 103 | —18 | —29 |

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Un problème relatif aux ensembles abstraits.* Note (¹) de M. **D. Pompeiu**, présentée par M. Appell.

Dans la théorie des ensembles, les résultats qu'on obtient sont d'autant plus étendus qu'on traite des ensembles plus généraux. Et, pour obtenir la plus grande généralité possible, il est naturel de chercher des résultats relatifs aux ensembles *abstraits*, c'est-à-dire dont on ne spécifie pas la nature des éléments.

1. Considérons donc un ensemble abstrait (E) pour lequel je suppose

(¹) Présentée dans la séance du 7 septembre 1914.

qu'on sait définir *l'écart* d'un couple quelconque d'éléments [1] :

A tout couple d'éléments A, B, pris dans (E), correspond un nombre positif que je désignerai par (A, B) ou (B, A) et tel que : 1° (A, B) ne soit nul que si A et B ne sont pas distincts; 2° pour trois éléments quelconques A, B, C, pris dans (E), on a toujours

$$(A, B) \leqq (A, C) + (C, B). \tag{1}$$

Soit maintenant (G) un ensemble *extrémal* pris dans (E). Un ensemble abstrait extrémal est l'analogue de l'ensemble ponctuel : *borné* et *fermé*. Je suppose que (G) n'est qu'une partie seulement de (E); il y a donc des éléments de (E) qui n'appartiennent pas à (G) : soit P un de ces éléments.

Considérons l'écart

$$\eta = (P, Q),$$

Q étant un élément quelconque appartenant à (G). Le nombre $\eta$ est une fonction *continue* sur l'ensemble (G) et comme cet ensemble est, par hypothèse, *extrémal*, la fonction $\eta$ atteint, en au moins un élément $Q_0$, de (G), sa limite inférieure.

*Dans quelles conditions cet élément* $Q_0$ *est-il unique?* Voilà le problème que j'avais en vue.

2. Je ne donnerai pas la solution générale de ce problème, mais je vais faire voir qu'avec deux hypothèses, assez souvent vérifiées dans les applications, on est assuré de l'unicité de $Q_0$. Supposons donc que pour l'ensemble (G) soient vérifiées les deux propriétés suivantes :

1° $Q_1$ et $Q_2$ étant deux éléments quelconques, pris dans (G), et $\xi$ étant leur écart; à toute décomposition

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 \tag{2}$$

(où $\xi_1$ et $\xi_2$ sont deux nombres positifs) correspond au moins un élément $Q'$, de (G), tel que

$$(Q_1, Q') = \xi_1 \qquad (Q_2, Q') = \xi_2,$$

de façon que, pour les trois éléments $Q_1$, $Q'$, $Q_2$, on ait la relation-*limite* d'égalité

$$(Q_1, Q_2) = (Q_1, Q') + (Q_2, Q')$$

que l'on comparera avec la relation d'inégalité (1).

---

[1] Pour tout ce qui concerne les fondements de la théorie des ensembles abstraits et de la terminologie, je renvoie aux remarquables travaux de M. Fréchet, devenus classiques (*Rendiconti di Palermo*, t. XXII et XXX).

2° P étant un élément quelconque dans (E), l'écart

$$\eta' = (P, Q'),$$

où P reste le même et Q′ change, est une fonction définie sur l'ensemble formé par les éléments Q′. Nous supposons que cette fonction n'est *maximum* en aucun élément Q′.

Cette hypothèse suffit, d'ailleurs, à établir qu'à une décomposition (2) donnée ne correspond qu'un seul élément Q′.

Mais, si à toute décomposition (2) correspond un seul élément Q′, alors chaque élément Q′ correspond à un nombre réel $\xi'$ de l'intervalle $(o, \xi)$, ici $\xi$ étant l'écart $(Q_1, Q_2)$, les points extrêmes de l'intervalle o et $\xi$ correspondant respectivement à $Q_1$ et $Q_2$. Grâce à cette correspondance le nombre $\eta'$ devient une fonction *ordinaire* de la variable $\xi'$ dans l'intervalle

$$(3) \qquad o \leqq \xi' \leqq \xi$$

et la condition 2° revient à supposer que cette fonction n'est maximum en aucun point de l'intervalle (3).

Avec les hypothèses 1° et 2° on démontre le théorème suivant :

*Si*

$$(P, Q_1) = (P, Q_2),$$

P *appartenant à* (E), *et* $Q_1$ *et* $Q_2$ *appartenant à* (G), *on a*

$$(P, Q') < (P, Q_1) = (P, Q_2),$$

Q′ *appartenant à* (G) *et vérifiant la condition* 1°.

Ce théorème, ou mieux ce lemme, suffit pour établir l'unicité de l'élément $Q_0$ pour lequel l'écart (P, Q) atteint son minimum (voir au n° 1).

3. Ce résultat général, unicité de $Q_0$, obtenu avec les hypothèses 1° et 2°, comporte de nombreuses et importantes applications, d'après la manière dont on particularise (E).

J'insisterai seulement sur l'application qu'on peut faire au problème de l'approximation des fonctions analytiques les unes par les autres.

Supposons que (E) soit l'ensemble des fonctions $f(z)$, holomorphes dans une même région et (G) l'ensemble des polynomes $\Pi(z)$ d'un degré donné :

On obtient le théorème de Tchébycheff, d'après lequel, pour toute fonction donnée (holomorphe dans une région et continue sur la frontière), il existe un polynome de degré donné, et un seul, donnant la meilleure

approximation possible. Mais on peut prendre pour (G), au lieu d'un ensemble de polynomes, d'autres classes de fonctions holomorphes; on obtient alors des théorèmes nouveaux, analogues à celui de Tchébycheff, mais dont la démonstration ne pourrait pas être faite avec la méthode classique (Leonida Tonelli, *I polinomi d'approssimazione di Tchebychev*) particulière au théorème de Tchébycheff.

Je développerai, dans un Mémoire étendu, toutes ces applications à la théorie des fonctions analytiques.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la pluralité des amyloses.* Note [1] de M. Ch. Tanret, présentée par M. L. Maquenne.

On sait que, lorsqu'on chauffe peu à peu de l'amidon avec de l'eau, il arrive un moment où le mélange s'épaissit et se transforme en empois; on a remarqué en outre que cette gélification est progressive et se produit à des températures variables avec chaque espèce d'amidon. On a même noté celles où elle commence et celles où elle s'achève; c'est ainsi qu'on a donné 64°-65° pour la fécule (Guérin Varry), 75° pour le maïs, 71°-80° pour le blé, 80° pour le riz et l'orge (Lintner). Mais pourquoi l'osmose se produit-elle dans le grain d'amidon à une température précise pour chaque espèce, au point de le gonfler, de le faire éclater et de le changer en empois? N'y aurait-il pas quelque relation entre la gélification d'un amidon et la dissolution de son amylose?

Pour le savoir j'ai chauffé progressivement, de 35° à 90°, au bain-marie, dans des flacons bouchés munis d'un thermomètre, 1g de chacun de mes amidons, supposés anhydres, avec 200g d'eau distillée. A des intervalles rapprochés on maintenait la température constante pendant 10 minutes, en agitant, puis on faisait un prélèvement de liquide. Après celui de 90° on portait quelques instants à l'ébullition et, le lendemain, on examinait ces différents échantillons, éclaircis par le repos.

Dans tous ceux qui n'avaient été chauffés qu'à 90° ou au-dessous, la liqueur surnageante était limpide, tandis que dans ceux qui avaient bouilli elle était opalescente, mais s'éclaircissait par la chaleur. Dans tous j'ai dosé l'amylose colorimétriquement par l'iode en prenant comme terme de comparaison la quantité d'amylose, supposée égale à 100, que contenait la liqueur portée à 100°.

---

[1] Présentée dans la séance du 31 août 1914.

Ces dosages colorimétriques demandent quelques précautions, parce que les prélèvements d'un même amidon ne donnent pas toujours exactement la même teinte avec l'iode : les uns contenant plus que d'autres de l'amylopectine, qui rend le bleu moins pur. J'ai donc cherché, par tâtonnements, combien il fallait ajouter d'une solution d'amylopectine, préparée d'avance, à la liqueur qui en contenait le moins pour avoir l'identité de nuances; puis, celle-ci obtenue, il ne restait plus qu'à mesurer l'intensité de la coloration, ce qui ne présente aucune difficulté. Les dépôts ont été examinés au microscope.

Le Tableau ci-après résume toutes les observations que j'ai pu faire ainsi sur seize espèces différentes d'amidons.

*Proportions centésimales absolues et relatives d'amylose dissoute par l'eau à différentes températures dans diverses variétés d'amidons supposés secs.*

| Nature des amidons. | | 45°. | 50°. | 55°. | 60°. | 65°. | 70°. | 75°. | 80°. | 85°. | 90°. | 100°. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Avoine | abs. | » | » | 0,14 | 0,75 | 0,87 | 0,94 | 1,56 | 2,85 | 5,70 | 28,5 | 28,5 (1) |
| | rel. | » | » | 0,5 | 2,7 | 3,1 | 3,3 | 5,5 | 10 | 20 | 100 | 100 |
| Banane | abs. | » | » | traces | 0,82 | 1,64 | 4,92 | 8,2 | 12,3 | 12,9 | 16,8 | 20,5 |
| | rel. | » | » | » | 4 | 8 | 24 | 40 | 60 | 63 | 82 | 100 |
| Blé | abs. | » | 0,32 | 1,62 | 2,92 | 3,25 | 3,92 | 5,20 | 7,15 | 13,97 | 26 | 32,5 (1) |
| | rel. | » | 1 | 5 | 9 | 10 | 12 | 16 | 22 | 43 | 80 | 100 |
| Châtaigne | abs. | 0,82 | 1,88 | 5,61 | 11,88 | 14,19 | 16,5 | 17,49 | 18,48 | 25,8 | 33 | 33 |
| | rel. | 2,5 | 5,7 | 17 | 36 | 43 | 50 | 53 | 56 | 76 | 100 | 100 |
| Fèves (grosses) | abs. | » | 1,45 | 7 | 11,2 | 15,1 | » | 22,4 | 28 | 28 | 28 | 28 |
| | rel. | » | 5 | 25 | 40 | 54 | » | 80 | 100 | 100 | 100 | 100 |
| Fèves (petites) | abs. | » | traces | 3,84 | 7,92 | » | 18,5 | 19,9 | 21,6 | 21,6 | 21,6 | 24 |
| | rel. | » | » | 16 | 33 | » | 77 | 83 | 90 | 90 | 90 | 100 |
| Haricots | abs. | 0,12 | 0,39 | 4,9 | 7,6 | 10,8 | 12,25 | 15,2 | 18,86 | 20,1 | 24,5 | 24,5 |
| | rel. | 0,5 | 1,6 | 20 | 31 | 44 | 50 | 62 | 77 | 82 | 100 | 100 |
| Lentilles | abs. | traces | 1,8 | 3,97 | 5,56 | 11,9 | 15,37 | 18,2 | 19,4 | 22,8 | 26,5 | 26,5 |
| | rel. | » | 7 | 15 | 21 | 45 | 58 | 68 | 73 | 86 | 100 | 100 |
| Maïs | abs. | » | » | traces | 1,8 | 3,6 | 6,6 | 8,7 | 12 | 15 | 24 | 30 (1) |
| | rel. | » | » | » | 6 | 12 | 22 | 29 | 40 | 50 | 80 | 100 |
| Orge | abs. | » | 0,4 | 1,3 | 1,3 | 1,3 | 2,6 | 3,2 | 6,7 | 8,1 | 13,5 | 27 (1) |
| | rel. | » | 1,6 | 5 | 5 | 5 | 10 | 12 | 25 | 30 | 50 | 100 |
| Pois | abs. | » | 0,5 (2) | 3,1 | 4 | 4,5 | 11,4 | » | 18,5 | 20,6 | 21,5 | 21,5 |
| | rel. | » | 2,4 | 14,6 | 19 | 21 | 53 | » | 86 | 96 | 100 | 100 |
| Pommes | abs. | 1,4 | 4 | 12 | 13,7 | 15,6 | 16,8 | 17,5 | 19,7 | 21,6 | 24 | 24 |
| | rel. | 6 | 16,6 | 50 | 57 | 65 | 70 | 73 | 82 | 90 | 100 | 100 |
| Riz | abs. | » | » | traces | 0,8 | 2,4 | 5,2 | 7,6 | » | 14,5 | 24,4 | 31,5 (1) |
| | rel. | » | » | » | 2,4 | 7,7 | 16,6 | 24 | » | 46 | 80 | 100 |
| Sarrasin | abs. | » | » | traces | 0,8 | 1,4 | 2,8 | 3,2 | 4,3 | 6,7 | 21,5 | 21,5 |
| | rel. | » | » | » | 3,7 | 6,6 | 13 | 15 | 20 | 36 | 100 | 100 |
| Seigle | abs. | » | » | 0,7 | 2,15 | 2,8 | 4,3 | 6,45 | 8,6 | 10,8 | 21,5 | 21,5 (1) |
| | rel. | » | » | 3,3 | 10 | 13 | 20 | 30 | 40 | 50 | 100 | 100 |
| Fécule (15 min.) | abs. | » | 0,7 | 2 | 4,4 | 8,9 | 9,7 | 13,2 | 13,5 | 15,6 | 21,9 | 27 |
| | rel. | » | 2,5 | 7,6 | 16,5 | 33 | 36 | 49 | 50 | 58 | 81 | 100 |

(1) La liqueur devient opalescente en refroidissant.

(2) Dans cette expérience, la température a monté jusqu'à 53°.

On voit que, pour tous les amidons expérimentés, l'eau, à une même température, dissout des quantités fort différentes d'amylose. De plus, si, pour un même amidon, on dresse la courbe de solubilité de son amylose aux diverses températures, celle-ci apparaît assez irrégulière et offre des paliers assez nets pour faire croire soit à un mélange d'amyloses homologues de solubilités différentes, soit à différents états de condensation d'un même principe, suivant les idées déjà émises à ce sujet par MM. Maquenne et Roux.

Dans tous les cas, les expériences que je viens de rapporter, et qui toutes sont relatives à des températures au plus égales à 100°, donnent une nouvelle preuve indiscutable de la pluralité des amyloses, que les mêmes auteurs avaient admise comme conséquence de leurs recherches sur la solubilité de l'amidon artificiel dans l'eau bouillante ou surchauffée.

A 17 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures et quart.

A. Lx.